GDO-01 14.10.19

Inhalte:

① IP in fester Dimension
"integer programming" (ganzzahlige lineare Optimierung)

② Durchmesser von Polytopen

③ Erweiterte Formulierungen

Kapitel 1: IP in fester Dimension

Problem IP:

Gegeben: $A \in \mathbb{Q}^{m \times n}$, $b \in \mathbb{Q}^m$, $c \in \mathbb{Q}^n$

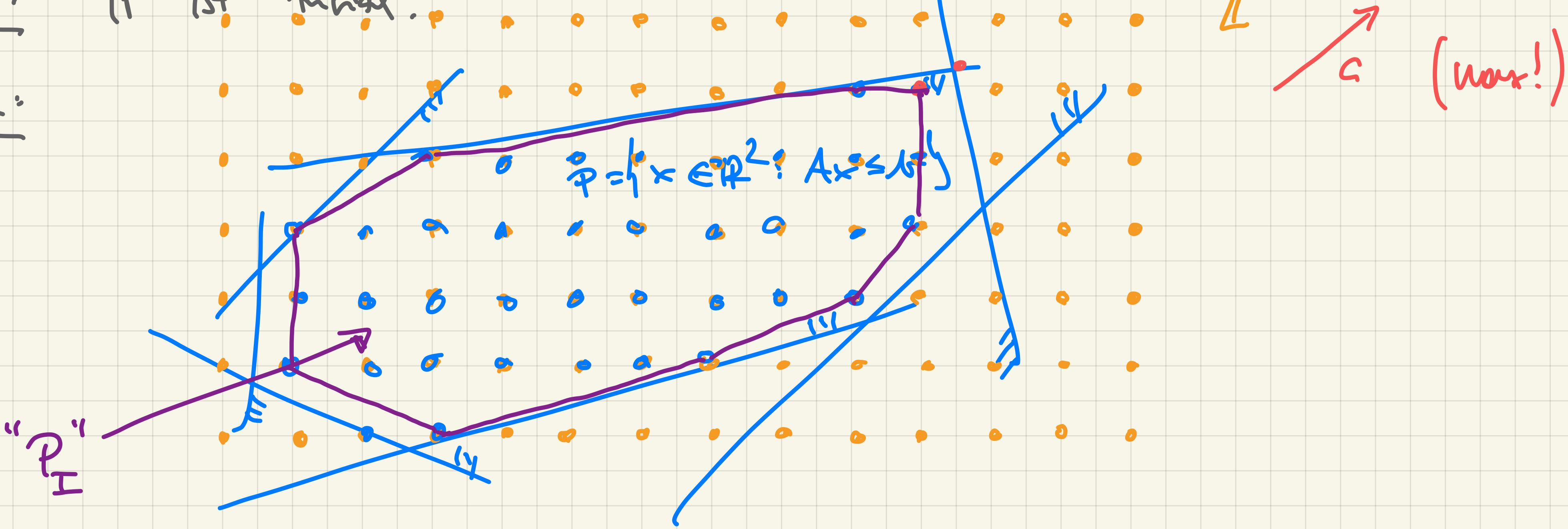
Aufgabe: $\max \{ \langle c, x \rangle : Ax \leq b,\ x \in \mathbb{Z}^n \}$

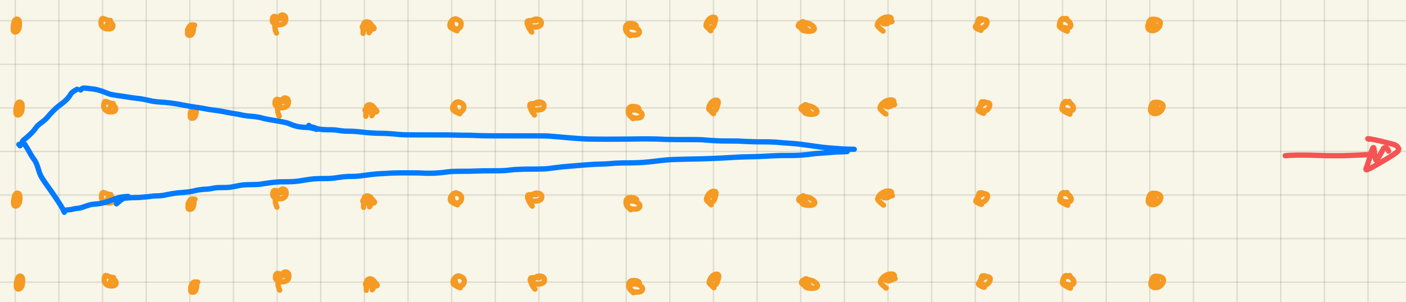
oder min

Erinnerung: IP ist NP-schwer (bei variablem n)

$n = 1$: IP ist trivial.

$n = 2$:





Einfach(st)es Beispiel für ein IP mit $n=2$:

Für $a, b \in \mathbb{Z}$, $a \geq 1$:

$$\min\{ax_1 + bx_2 : ax_1 + bx_2 \geq 1, x_1, x_2 \in \mathbb{Z}\} = \operatorname{ggT}(a,b)$$

kann man mit Euklidischem Algorithmus in $O(\text{Eingabelänge})$ arithmetische Operationen gelöst werden.

IP-Zulässigkeitsproblem

Gegeben: $A \in \mathbb{Q}^{m \times n}$, $b \in \mathbb{Q}^m$

Aufgabe: Finde $x^* \in \boxed{P^{\leq}(A,b)} \cap \mathbb{Z}^n$ oder stelle $P^{\leq}(A,b) \cap \mathbb{Z}^n = \emptyset$ fest.

$$P^{\leq}(A,b) = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq b\}$$

Bemerkung: Das IP-Problem (Optimierungsproblem) kann mittels einer Folge von polynomial in $\boxed{\langle A,b \rangle}$ vielen IP-Zulässigkeitsproblemen gelöst werden (Binärsuche).

[Kodierungslänge von (A,b), d.h. # Bits in Kodierung von (A,b).

$$\sim \sum_{i,j} \langle A_{ij} \rangle + \sum_i \langle b_i \rangle \quad \text{und}$$

$$\langle z \rangle = \log(|p|+1) + \log(q) + 1$$

für $z = \frac{p}{q}$ und $p \in \mathbb{Z}$, $q \in \mathbb{Z}$, $q \geq 1$ teilerfremd