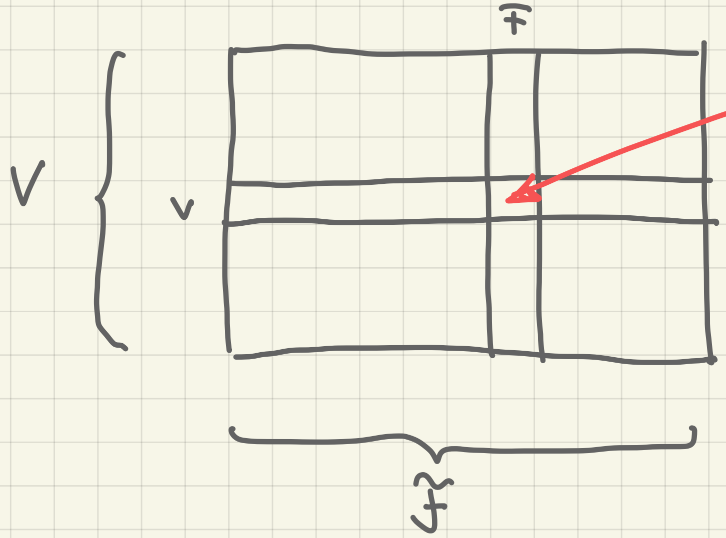
$\boxed{\text{GDO 24 28.1.20}}$

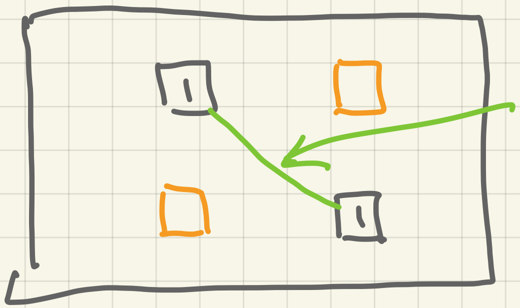
Ist $P \subseteq \mathbb{R}^n$ Polytop, $V \subseteq P$ $(|V| < \infty)$, $\mathcal{F}$: Menge von Seiten von P

$M_{\text{non-inc}}(V, \mathcal{F})$:



$$\begin{cases} 1, & \text{falls } v \notin F \\ 0, & \text{falls } v \in F \end{cases}$$

$$\operatorname{rc}\left(M_{\text{non-inc}}(V, \mathcal{F})\right) \leq \operatorname{xc}(P)$$



Kante in $G(M_{\text{non-inc}})$ genau dann, wenn nicht beide $\boxed{1}$ sind.

Färbungszahl von $G(M_{\text{non-inc}}(V,\mathcal{F})) = \operatorname{rc}(G(M_{\text{non-inc}}(V,\mathcal{F})))$

Sei $P = \{x \in \mathbb{R}^n : 0 \leq x_i \leq 1 \ \forall i \in [n]\}$ der n-dim. 0/1-Würfel.

Wähle $V := \{0,1\}^n$, $\mathcal{F} := \{\text{"}x_i \geq 0\text{"}, \text{"}x_i \leq 1\text{"} : i \in [n]\}$

Wir zeigen, dass $G(M_{\text{non-inc}}(V,\mathcal{F}))$ eine Clique der Größe $2n$ hat. Daraus folgt, dass seine Färbungszahl $\geq 2n$ ist, also $xc(P) \geq 2n$.

Hier ist die Clique:

$$
\begin{array}{ll}
(0111\cdots1,\ \text{"}x_1 \leq 1\text{"}) & (1000\cdots0,\ \text{"}x_1 \geq 0\text{"}) \\
(0011\cdots1,\ \text{"}x_2 \leq 1\text{"}) & (1100\cdots0,\ \text{"}x_2 \geq 0\text{"}) \\
\vdots & \vdots \\
(0000\cdots0,\ \text{"}x_n \leq 1\text{"}) & (1111\cdots1,\ \text{"}x_n \geq 0\text{"})
\end{array}
$$

$\Longrightarrow \boxed{xc([0,1]^n) = 2n}$ (Pashkovich 2012)

Sei $G = ([n], E)$ ein Graph und

$$P := \operatorname{conv}\{\chi(S) : \underbrace{S \subseteq V \text{ stabil}}\}.$$

d.h. keine Kante aus E hat beide Knoten in S.

$$\Rightarrow \quad P = \{x : (x,y) \in \mathrm{CORR}(n),\ y_{\{v,w\}} = 0 \ \forall \{v,w\} \in E\}$$

$\Uparrow$

Denn: $\{(x,y) \in \mathrm{CORR}(n) : y_{\{v,w\}} = 0 \ \forall \{v,w\} \in E\} =: F$

ist eine Seite von $\mathrm{CORR}(n)$ [da $y_{\{v,w\}} \geq 0$ gültig für $\mathrm{CORR}(n)$],

also $F = \operatorname{conv}\{\underbrace{(x,y) \text{ Ecke von } \mathrm{CORR}(n)}_{\Updownarrow \atop (x,y) \in \{0,1\}^* \cap \mathrm{CORR}(n)} : y_{\{v,w\}} = 0 \ \forall \{v,w\} \in E\}$

Sei $Q = P^{\leq}(F,f)$ Polytop, $F \in \mathbb{R}^{q \times t}$, $\dim(Q) = t$

$$\varphi : \mathbb{R}^t \longrightarrow \mathbb{R}^q, \quad z \longmapsto f - Fz$$

ist injektiv, da $\ker(F) = \{0\}$, weil $\operatorname{lineal}(Q) = \{0\}$.

Offenbar: $$Q = \varphi^{-1}\left(\mathbb{R}^q_+ \cap \varphi(\mathbb{R}^t)\right)$$

$$\Rightarrow Q \cong \mathbb{R}^q_+ \cap \varphi(\mathbb{R}^t)$$

Ist $P = \pi(Q)$, so also

$$P = \pi\left(\varphi^{-1}\left(\mathbb{R}^q_+ \cap \varphi(\mathbb{R}^t)\right)\right) = \boxed{\left\{ x : \begin{array}{l} x = \pi\left(\varphi^{-1}(y)\right) \\ y \in \mathbb{R}^q_+ \cap \varphi(\mathbb{R}^t) \end{array} \right\}}$$