

GDO Reading 2 28.11.19

## Gitter-Isomorphie-Problem

Gegeben:  $B^1, B^2 \in \mathbb{Q}^{n \times n}$  regulär

Frage: Gibt es eine orthogonale Matrix  
 $O \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ( $O^T O = I_n$ ) mit

$$O \cdot \Delta(B^1) = \Delta(B^2) ?$$

(Sind  $\underbrace{\Delta(B^1)}_{B^1 \cdot \mathbb{Z}^n}$  und  $\underbrace{\Delta(B^2)}_{B^2 \cdot \mathbb{Z}^n}$  isomorph?)

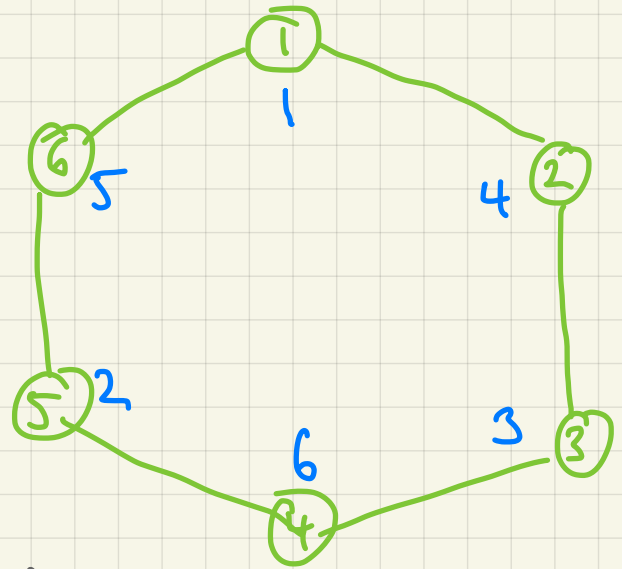
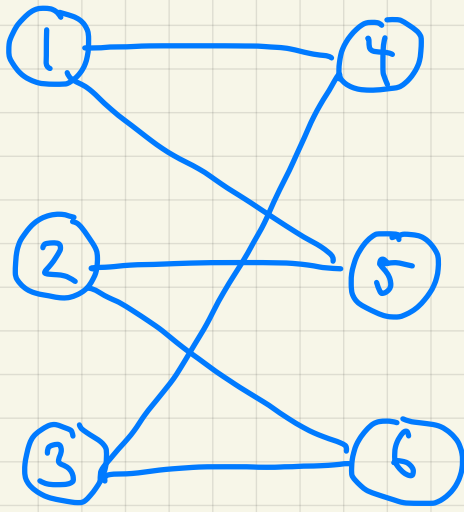
## Graphen-Isomorphie-Problem

$$G_i = (V(G_i), E(G_i))$$

Gegeben: Graphen  $G_1$  und  $G_2$

Frage: Gibt es eine Bijektion  $\varphi: V(G_1) \rightarrow V(G_2)$   
mit

$$\forall v, w \in V(G_1): \{v, w\} \in E(G_1) \Leftrightarrow \{\varphi(v), \varphi(w)\} \in E(G_2)$$



isomorph

Komplexitättheoretischer Status des Graphen-Isomorphie-Problems:

---

Enthalten in NP

Unklar, ob in P

coNP

THM. 3 in [JVV09]

Es gibt eine Polynomzeit-Reduktion von Graphen-Isomorphie auf Gitter-Isomorphie.

D.h.: Es gibt einen Polynomzeit-Algorithmus,  
der zu gegebenen Graphen  $G_1$  und  
 $G_2$  zwei Gitterbasen  $B_1, B_2 \in \mathbb{Q}^{m \times m}$   
bestimmt, so dass

$$G_1 \cong G_2 \Leftrightarrow \Lambda(B_1) \cong \Lambda(B_2)$$

( $\cong$  : "isomorph")

---

Exkurs: Voronoi-Diagramme und -zellen

Sei  $P \subseteq \mathbb{R}^n$ . Die Voronoi-Zelle von  
 $p \in P$  (bzgl.  $P$ ) ist

$$\{x \in \mathbb{R}^n : \|x - p\|_2 \leq \|x - p'\|_2 \forall p' \in P\}$$

