MOD 10.4.17 [2]

[4]

## Modell für beliebige Anzahl n von Produkten

Gegeben: Für jedes Produkt $j \in [n]$:

$a_j > 0$ : Produktionsrate (Tonnen/Stunde)

$c_j \geq 0$ : Profit (Euro/Tonne)

$u_j \geq 0$ : obere Schranke Menge (Tonnen)

$\ell \geq 0$ : verfügbare Zeit (Stunden)

Definiere Variablen:

$x_j \in \mathbb{Q}_+ \quad (j \in [n])$ : zu produzierende Menge von Produkt $j$ (Tonnen)

Modell:
$$\max \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$
$$\text{s.t.} \sum_{j \in [n]} \frac{1}{a_j} \cdot x_j \leq \ell$$
$$0 \leq x_j \leq u_j \quad \forall j \in [n]$$

# Matrix-Schreibweise:

$$\max \langle c, x \rangle$$

$$\text{s.t.} \quad Ax \le b$$

$$c = (c_1, \dots, c_n) \in \mathbb{Q}^n$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_1} & \frac{1}{a_2} & \cdots & \frac{1}{a_n} \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} \Delta \\ u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$I_n$

$-I_n$

[4]

[5] Modellierung als LP

Variablen: $x_{ij} \in \mathbb{Q}_+$ : Menge (in Tonnen), die von i nach j transportiert wird

Modell: $\min \sum_{i \in O} \sum_{j \in D} c_{ij} \cdot x_{ij}$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i \in O} x_{ij} = d_j \qquad \forall j \in D$$

$$\sum_{j \in D} x_{ij} \leq s_i \qquad \forall i \in O$$

$$x_{ij} \geq 0 \qquad \forall i \in O, j \in D$$

[6] **Zusätzliche Variablen:**

$y_{ij} \in \{0,1\}$ : $1 \iff$ Es wird Öl von $i$ nach $j$ transportiert $\iff x_{ij} > 0$

**MIP-Modell**

$$\min \sum_{i \in O} \sum_{j \in D} \left( c_{ij} x_{ij} + f_{ij} y_{ij} \right)$$

$$\begin{aligned}
\text{s.t.} \quad & \sum_{i \in O} x_{ij} = d_j & \forall j \in D \\
& \sum_{j \in D} x_{ij} \leq s_i & \forall i \in O \\
& x_{ij} \geq 0 & \forall i \in O, j \in D \\
& x_{ij} \leq u_{ij} y_{ij} & \forall i \in O, j \in D \\
& 0 \leq y_{ij} \leq 1 & \forall i \in O, j \in D \\
& y_{ij} \in \mathbb{Z} & \forall i \in O, j \in D
\end{aligned}$$