

Kapitel 2

Graphen und Netzwerke

2.1 Ungerichtete Graphen

Definition. Ein ungerichteter **Graph** ist ein Paar $G = (V, E)$ mit einer (hier) endlichen Menge V und einer Menge $E \subseteq \binom{V}{2}$ von zwei-elementigen Teilmengen von V .

- $V(G) := V$: Menge der **Knoten** (Ecken, Vertices) von G
- $E(G) := E$: Menge der **Kanten** von G

Für $e = \{v, w\} \in E$:

- *Alternative Schreibweise:* $e = vw (= wv)$
- v und w sind **incident** zu e .
- v und w sind **Nachbarn** voneinander.
- v und w sind zueinander **adjacent**.

Definition. Sei G ein Graph.

- Für $S \subseteq V(G)$ heißt

$$\delta(S) := \delta_G(S) := \{e \in E(G) : |e \cap S| = 1\}$$

der von S induzierte **Schnitt**; wir definieren ferner

$$E(S) := E_G(S) := \{e \in E(G) : e \subseteq S\}.$$

- Für $v \in V(G)$ heißt

$$\delta(v) := \delta_G(v) := \delta_G(\{v\})$$

der **Stern** von v ; $\deg(v) := \deg_G(v) := |\delta_G(v)|$ heißt
der **Grad** von v .

[11]

Bemerkung. In jedem Graphen ist die Anzahl der Knoten mit ungeradem Grad gerade.

[12]

Definition. Ein Graph G' ist **Untergraph (Subgraph)** eines Graphen G , wenn $V(G') \subseteq V(G)$ und $E(G') \subseteq E(G)$ gelten; ist sogar $V(G') = V(G)$, so ist G' ein **spannender Untergraph** von G .

[13]

Definition. Für einen Graphen G und $U \subseteq V(G)$ ist $G[U] := (U, E_G(U))$ der von U **induzierte Untergraph** von G .

[14]