Lösung mittels `color1.mod`

```
ampl: model color1.mod;
ampl: data RandGraph40.dat;
ampl: option solver gurobi;
ampl: solve;
Gurobi 6.5.0: optimal solution; objective 8
193723 simplex iterations
31 branch-and-cut nodes
ampl: display _solve_time;
_solve_time = 239.866
```

Lösung mittels `color2.mod`

```
ampl: model color2.mod;
ampl: data RandGraph40.dat;
ampl: option solver gurobi;
ampl: solve;
Gurobi 6.5.0: optimal solution; objective 8
137955 simplex iterations
310 branch-and-cut nodes
ampl: display _solve_time;
_solve_time = 57.5535
```

Lösung mittels `color3.mod`

```
ampl: model color3.mod;
ampl: data RandGraph40.dat;
ampl: option solver gurobi;
ampl: solve;
Gurobi 6.5.0: optimal solution; objective 8
25403 simplex iterations
ampl: display _solve_time;
_solve_time = 11.9236
```

Kapitel 4

MILP: Struktur und Algorithmen

4.1 Lineare Optimierung und Polyeder

(Kontinuierliche) Lineare Optimierung
=
Linear Programming (**LP**)

Eingabe:

$$A \in \mathbb{Q}^{m \times n}, b \in \mathbb{Q}^m, c \in \mathbb{Q}^n$$

Zulässige Lösungen:

$$P := \{x \in \mathbb{R}^n \,:\, Ax \leq b\}$$

Aufgabe: Finde *Optimallösung* $x^{\text{opt}} \in P$ mit

$$\langle c, x^{\text{opt}} \rangle = \max\{\langle c, x \rangle \,:\, x \in P\}$$

Definition. *Ein **Polyeder** ist die Lösungsmenge eines endlichen Systems von linearen Gleichungen und Ungleichungen. Ein **Polytop** ist ein Polyeder P, das beschränkt ist (d.h. es gibt $B \in \mathbb{R}$, so dass $\|x\| \leq B$ für all $x \in P$ gilt).*

[52]

Bemerkung. *Wir betrachten hier nur beschränkte Polyeder (also Polytope).*

Definition. *Eine* ***Seite*** *(engl.:* ***face****) eines Polyeders* $P \subseteq \mathbb{R}^n$ *ist eine Teilmenge*

$$F = \{x \in P \,:\, a^T x = \beta\}\,,$$

wobei $a^T x \leq \beta$ *für alle* $x \in P$ *gilt; man sagt dann,* $a^T x \leq \beta$ *definiere die Seite* F *von* P*.*

[53]

Bemerkung. *Seiten von Polyedern sind Polyeder.*

Satz 8. *Jedes Polyeder hat nur endlich viele Seiten.*

Definition. *Eine Teilmenge $A \subseteq \mathbb{R}^n$ ist ein* ***affiner Unterraum****, wenn sie mit je zwei Punkten $x^1, x^2 \in A$ auch die Gerade*

$$\{\lambda_1 x^1 + \lambda_2 x^2 \,:\, \lambda_1 + \lambda_2 = 1, \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}\}$$

enthält.

Bemerkung. *Affine Unterräume sind genau die Lösungsmengen von linearen Gleichungssystemen (siehe Lineare Algebra).*

Definition. *Eine Teilmenge $K \subseteq \mathbb{R}^n$ heißt* ***konvex****, wenn sie mit je zwei Punkten $x^1, x^2 \in K$ auch die Verbindungsstrecke*

$$\{\lambda_1 x^1 + \lambda_2 x^2 \,:\, \lambda_1 + \lambda_2 = 1, \lambda_1, \lambda_2 \geq 0\}$$

enthält.

Bemerkung. *Polyeder sind konvex.*

[54]